



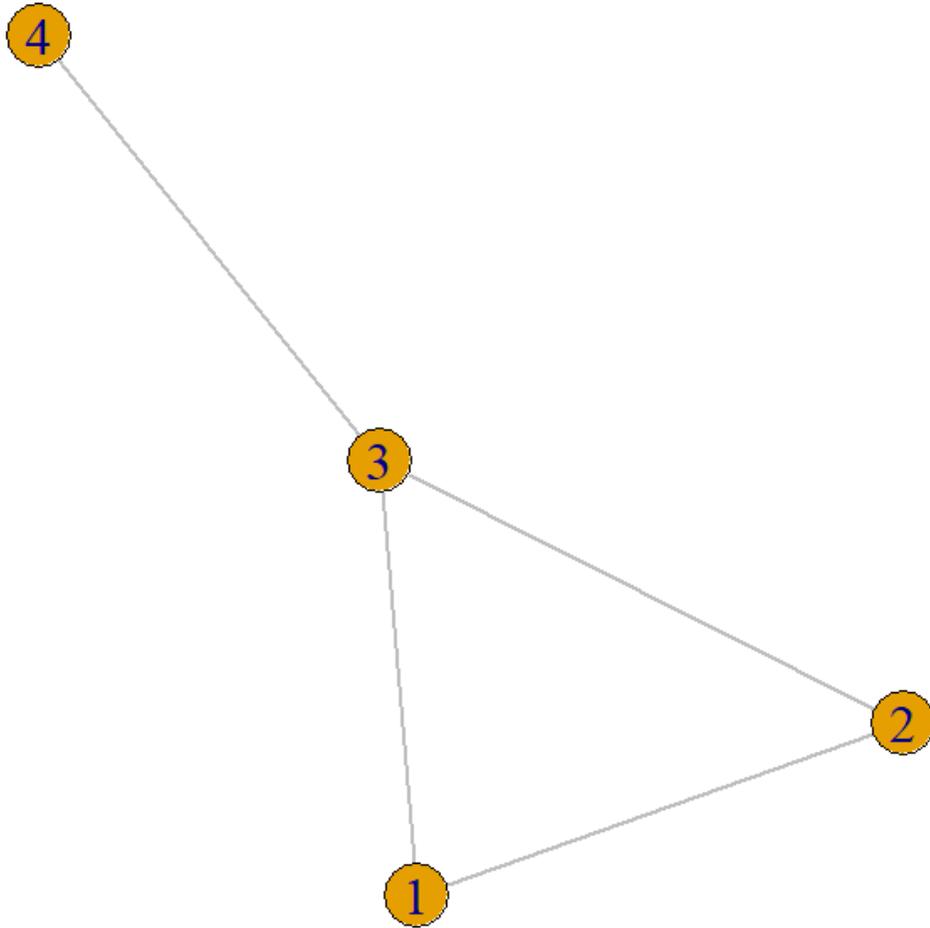
НИУ ВШЭ Пермь, МЛЭНА, НУГ анализа репутационных  
эффектов топ-менеджмента банков



# Сетевой анализ

Иванов Владимир, студент МБ-22-4, участник НУГ анализа  
репутационных эффектов топ-менеджмента банков

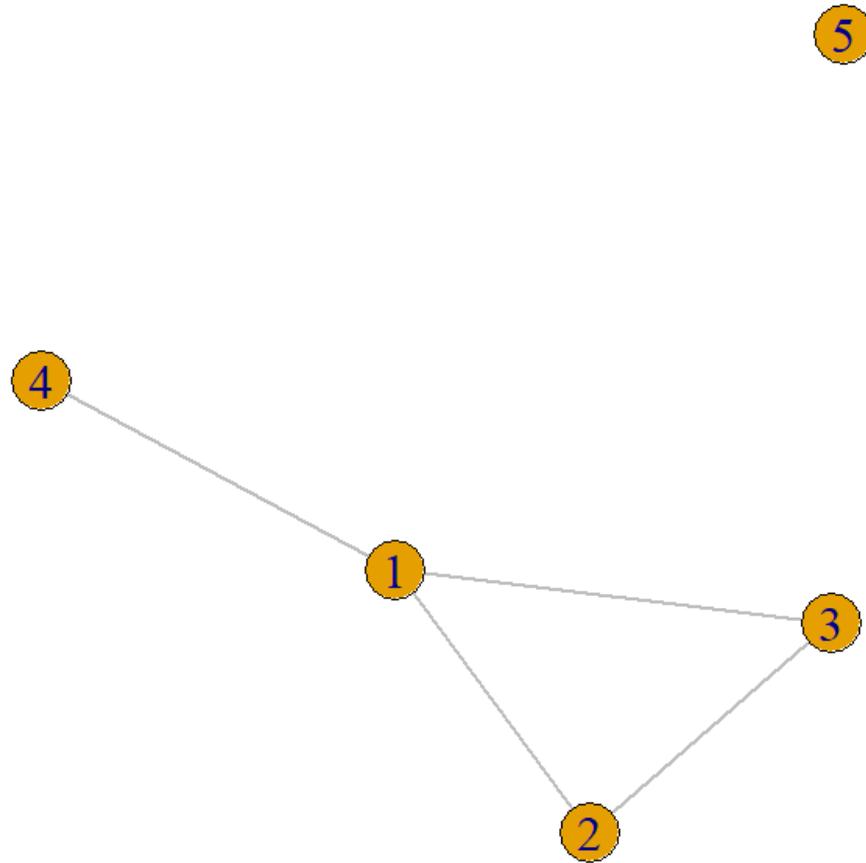
# Сети: вершины и грани



Матрица смежности

	1	2	3	4
1	0	1	1	0
2	1	0	1	0
3	1	1	0	1
4	0	0	1	0

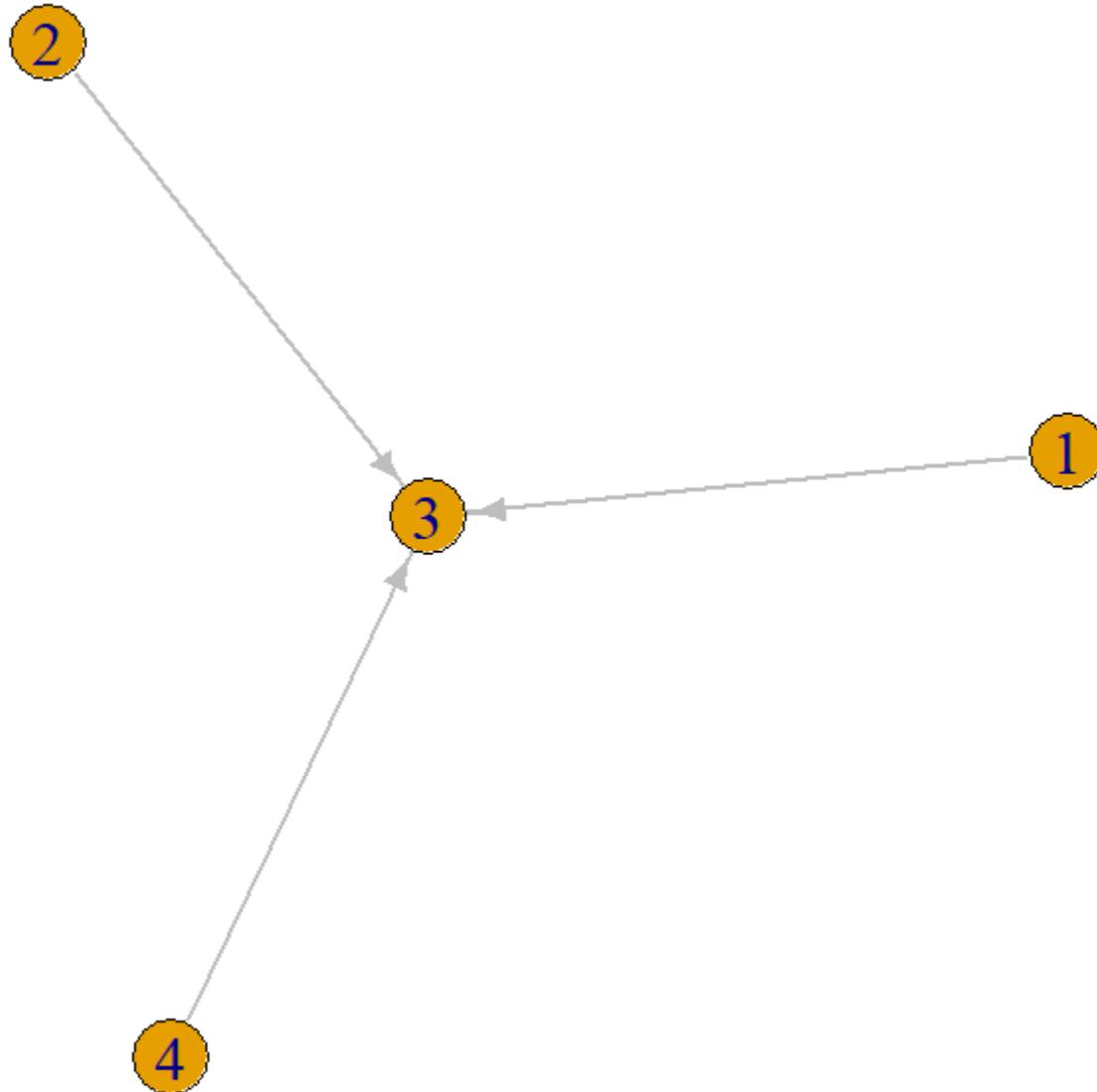
# Несвязанные сети



Матрица

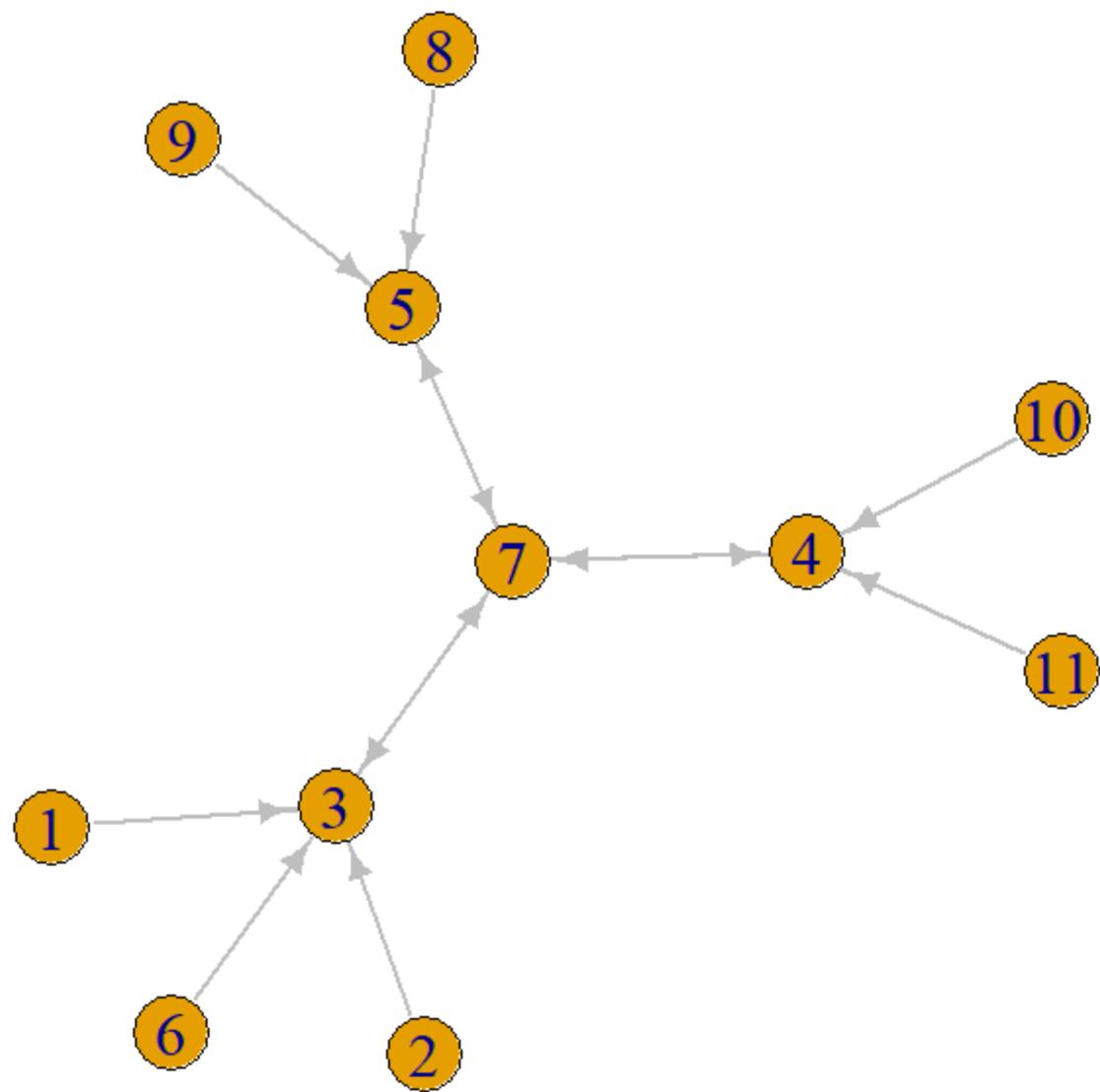
смежности	1	2	3	4	5
1	0	1	1	1	0
2	1	0	1	0	0
3	1	1	0	0	0
4	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0

# Направленные сети

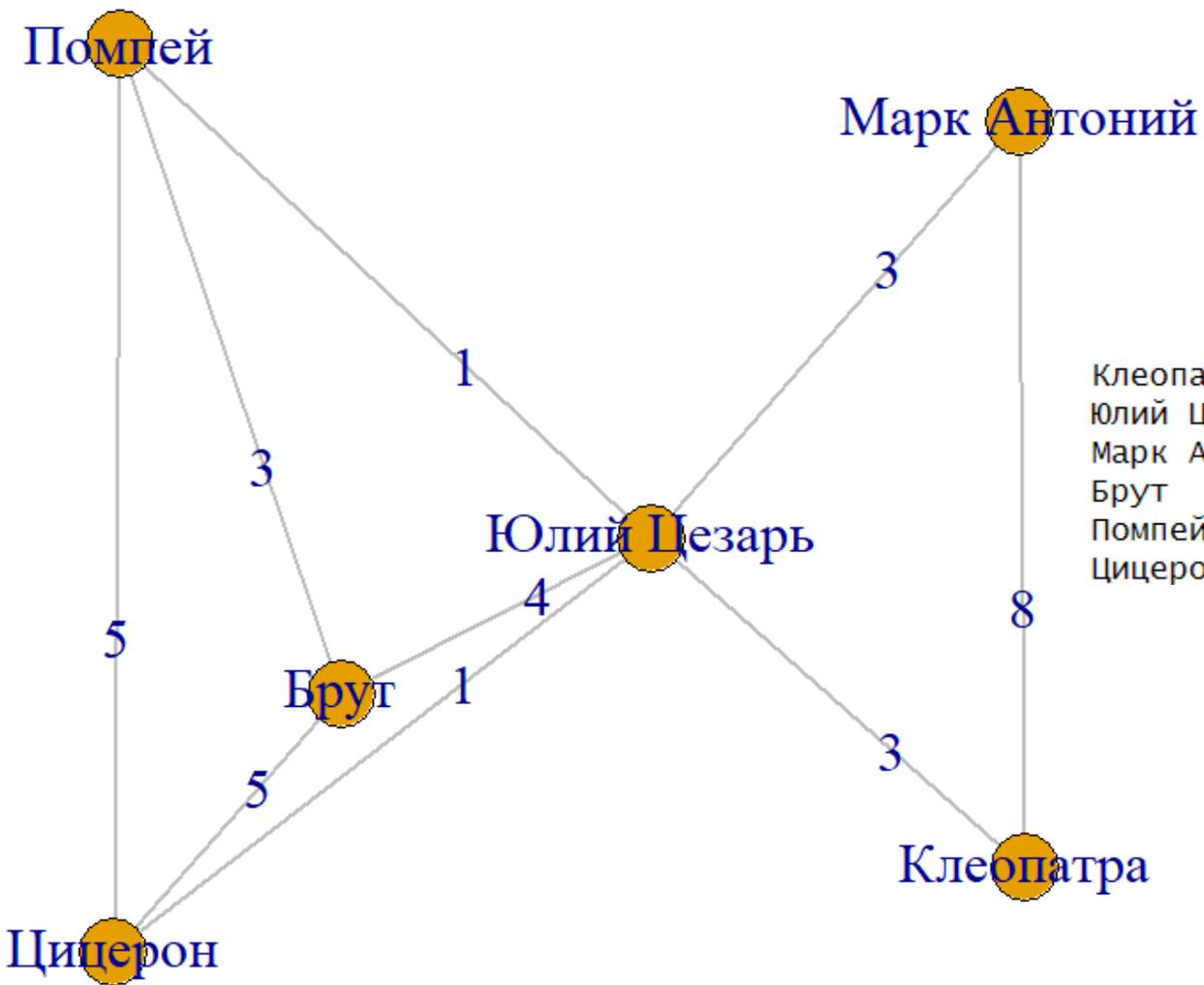


Матрица смежности

	1	2	3	4
1	0	0	1	0
2	0	0	1	0
3	0	0	0	0
4	0	0	1	0



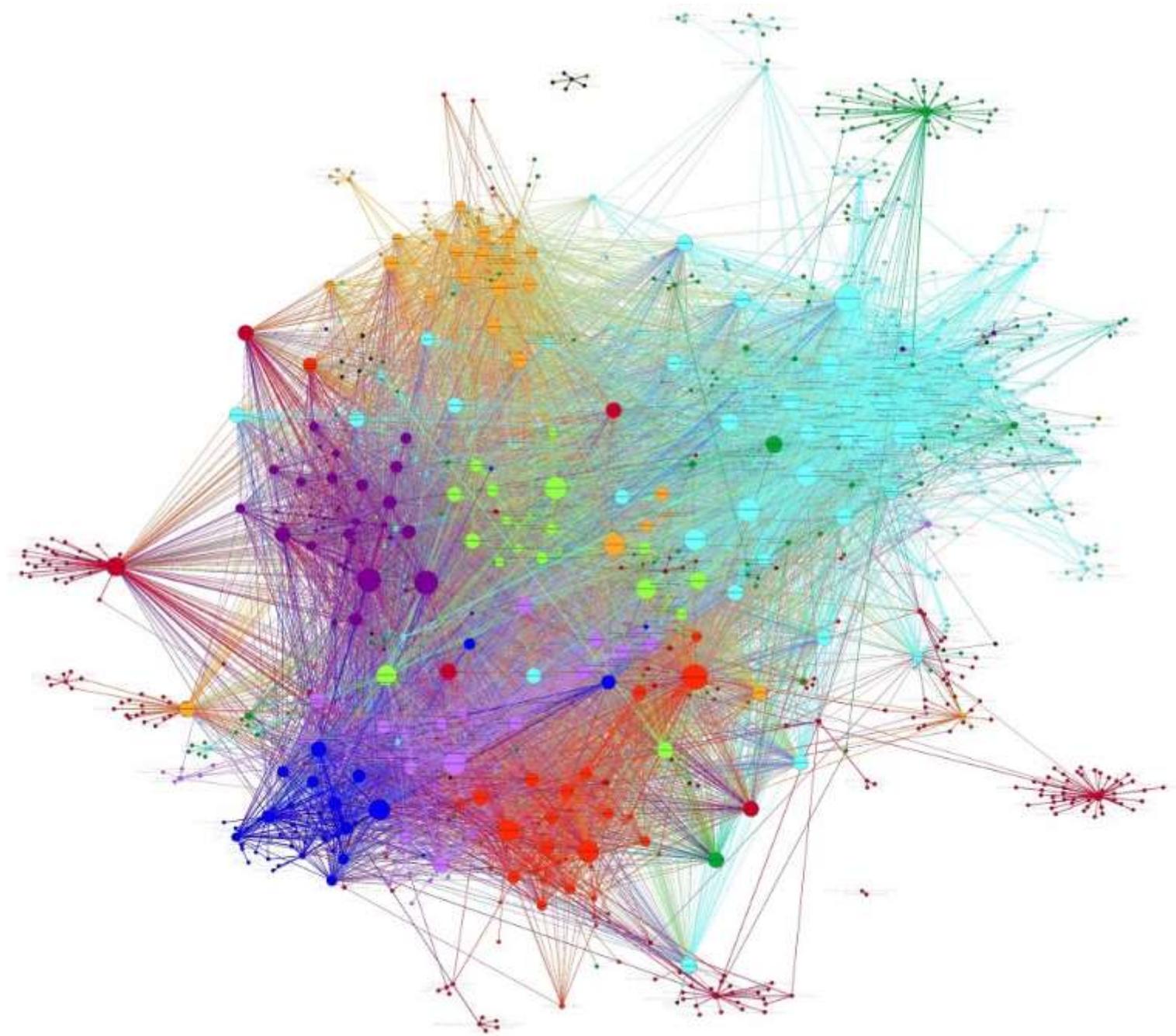
# Взвешенные сети



Матрица

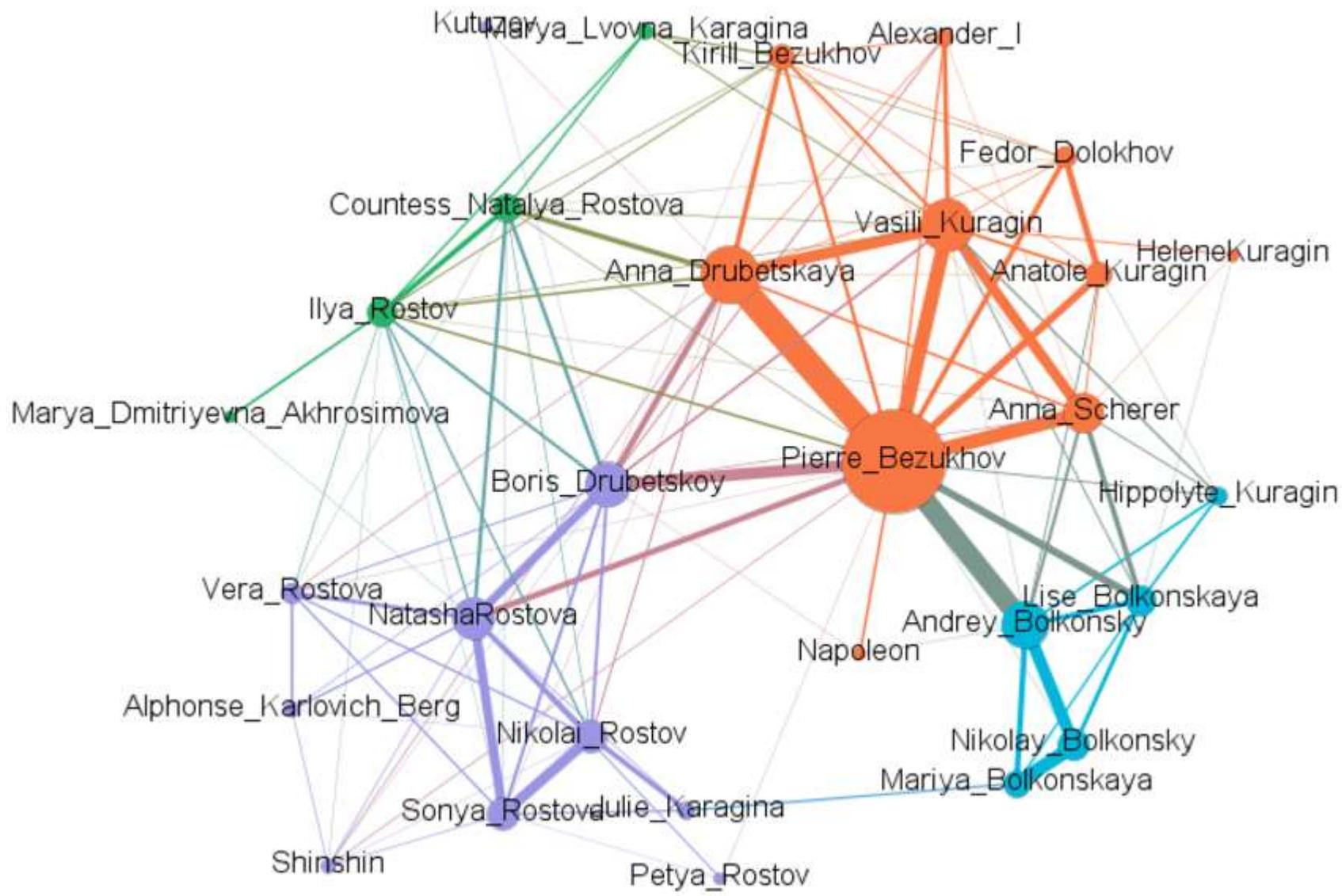
смежности

	Клеопатра	Юлий Цезарь	Марк Антоний	Брут	Помпей	Цицерон
Клеопатра	0	3	8	0	0	0
Юлий Цезарь	3	0	3	4	1	1
Марк Антоний	8	3	0	0	0	0
Брут	0	4	0	0	3	5
Помпей	0	1	0	3	0	5
Цицерон	0	1	0	5	5	0



Матрица смежности  
ERROR

# Метрики центральностей



# Степенная центральность

$$Degree_i = \sum_j x_{ji}$$

$i$  – определенная вершина,  $j$   
– все остальные вершины

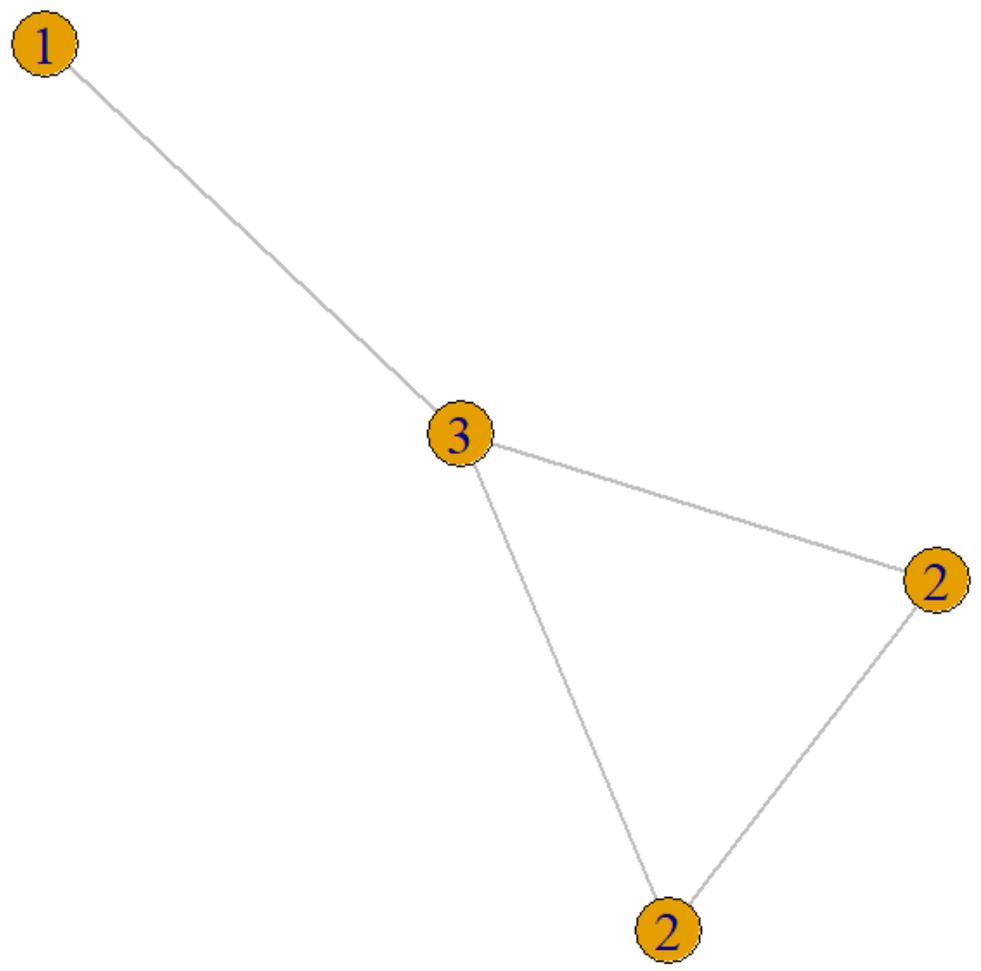
$x_{ji} = 1$ , если  $i$  и  $j$  связаны  
друг с другом, 0 в  
противном случае

Ключевая идея: количество  
связей, которые имеет  
вершина

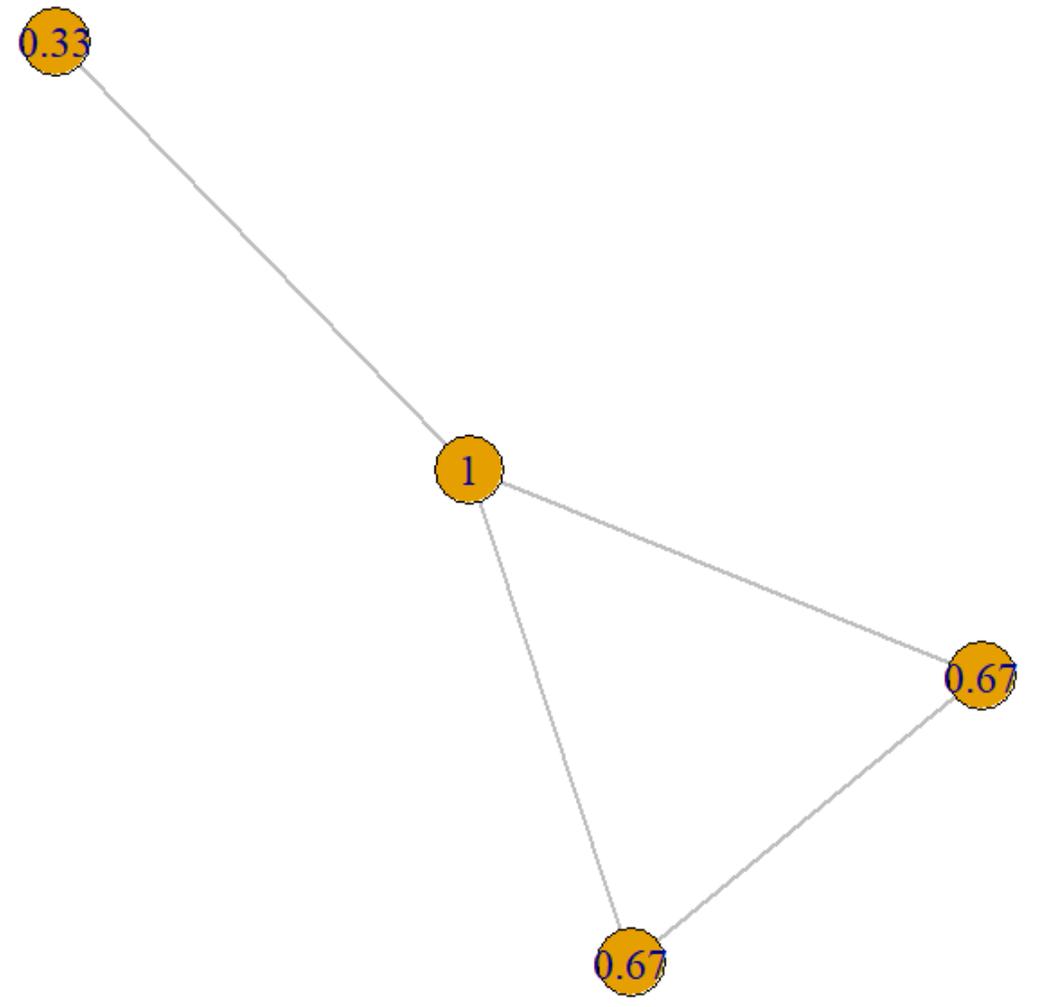
$$Degree_i = \frac{\sum_j x_{ji}}{N - 1}$$

$N$  – количество вершин в  
сети

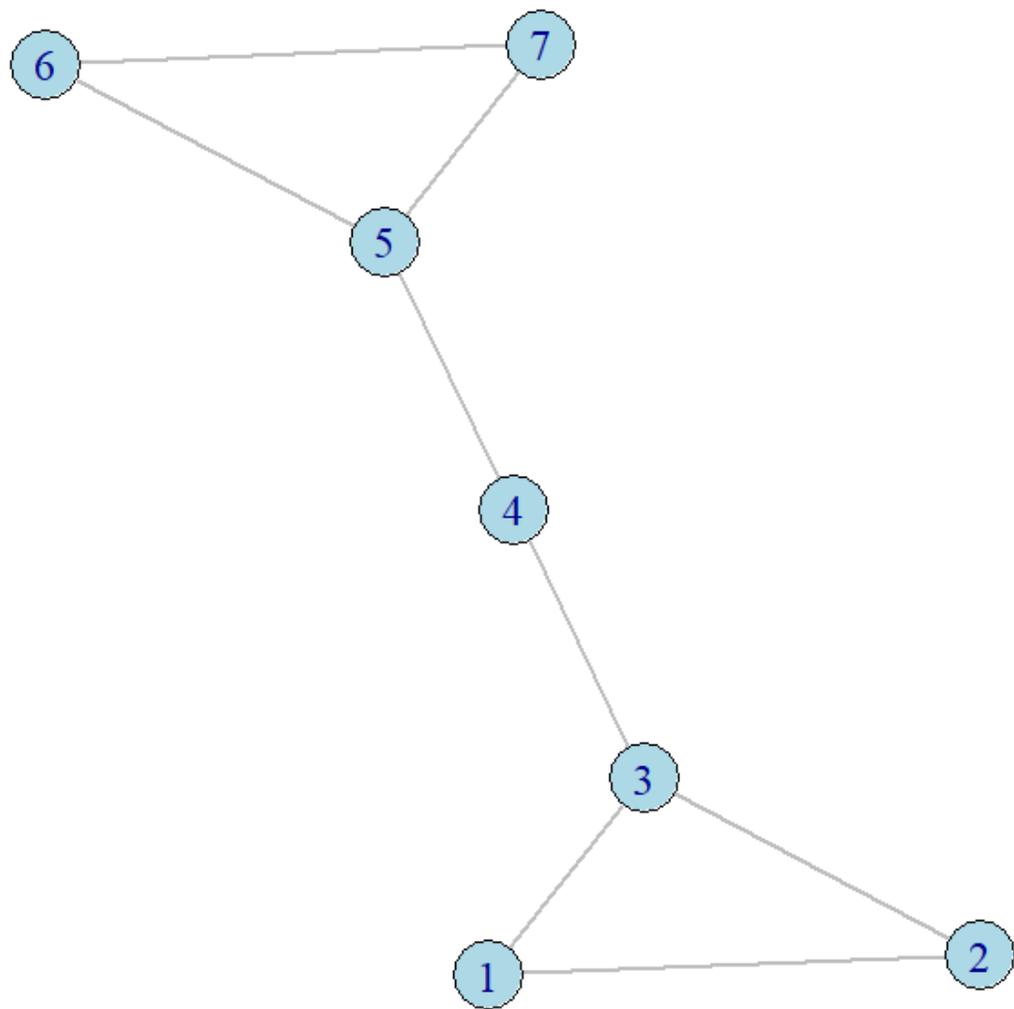
Degree  
Centrality



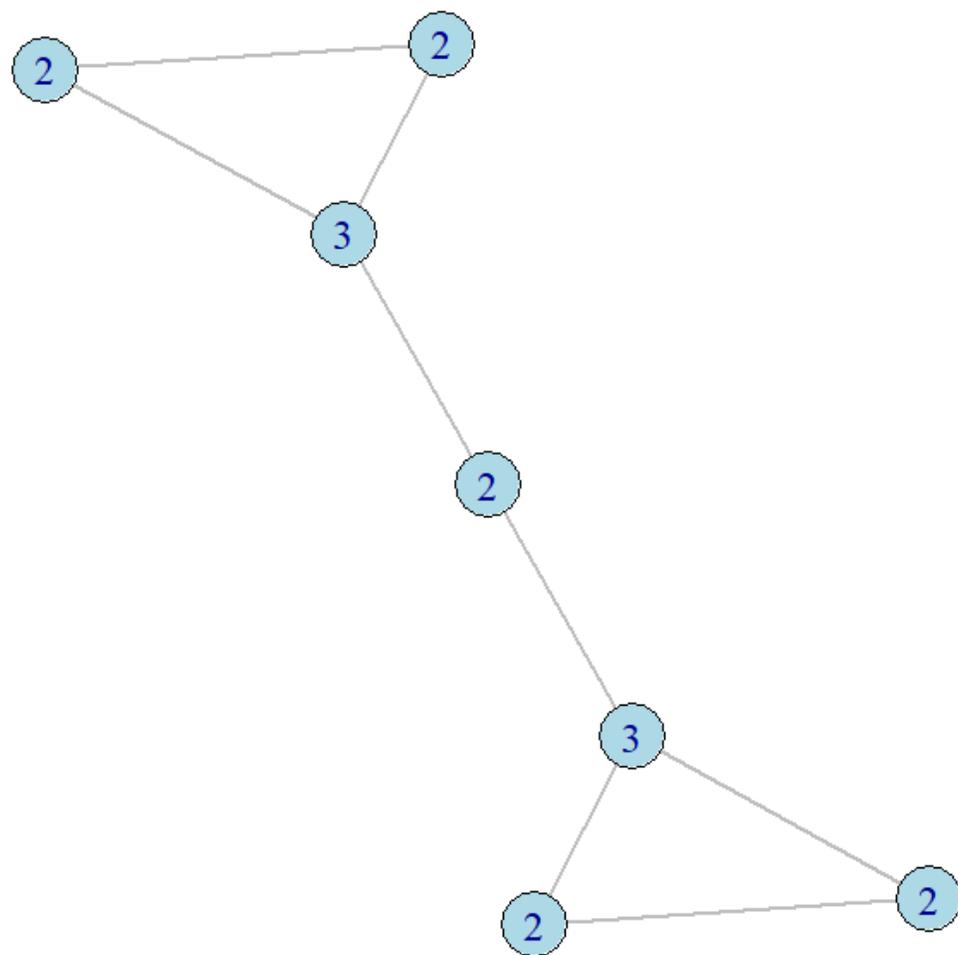
Normalized Degree Centrality



Сеть



Degree Centrality



# Центральность по посредничеству

$$Betweenness_i = \frac{\sum_{j < k} g_{jk(i)}}{g_{jk}}$$

$g_{jk(i)}$  - число путей, в которых вершина  $j$  связана с вершиной  $k$  через вершину  $i$

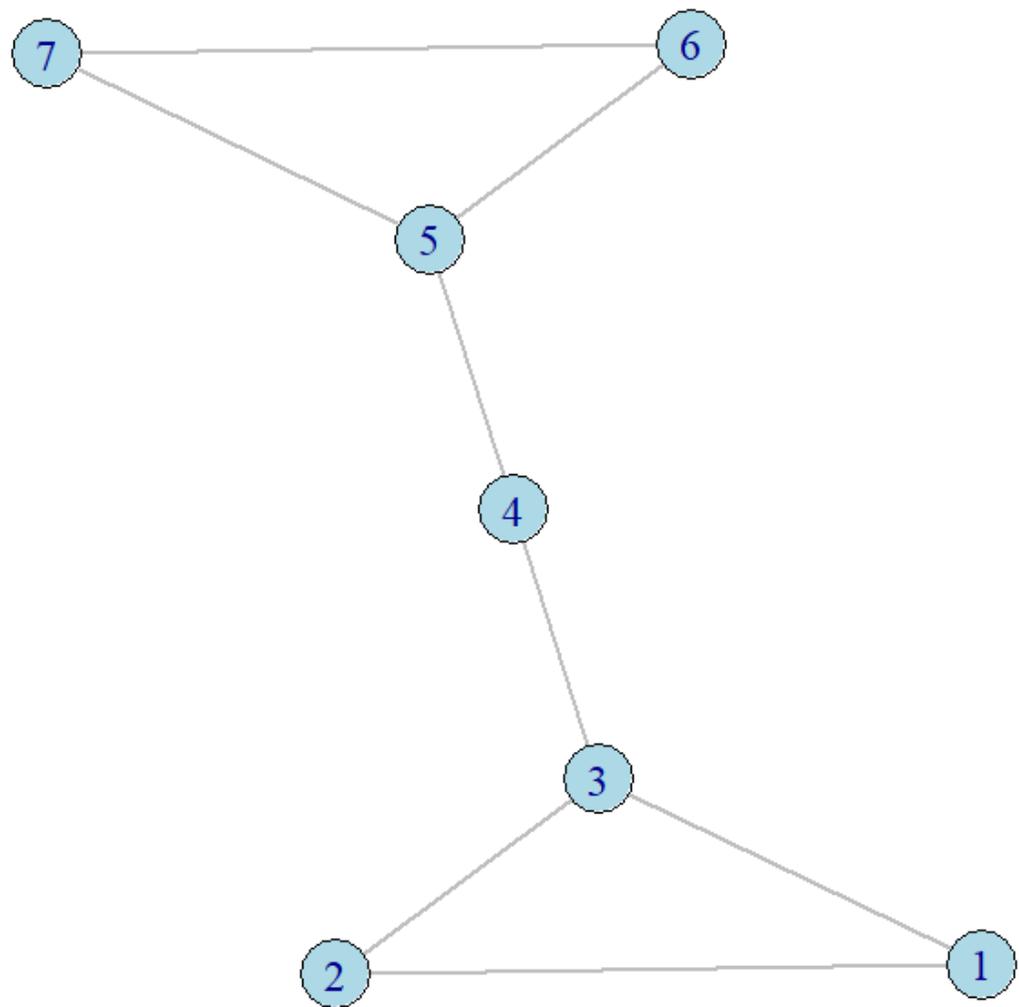
$g_{jk}$  - общее число путей, в которых вершина  $j$  связана с вершиной  $k$

$$Betweenness_i = \frac{\sum_{j < k} g_{jk(i)} / g_{jk}}{(N - 1) \cdot (N - 2) / 2}$$

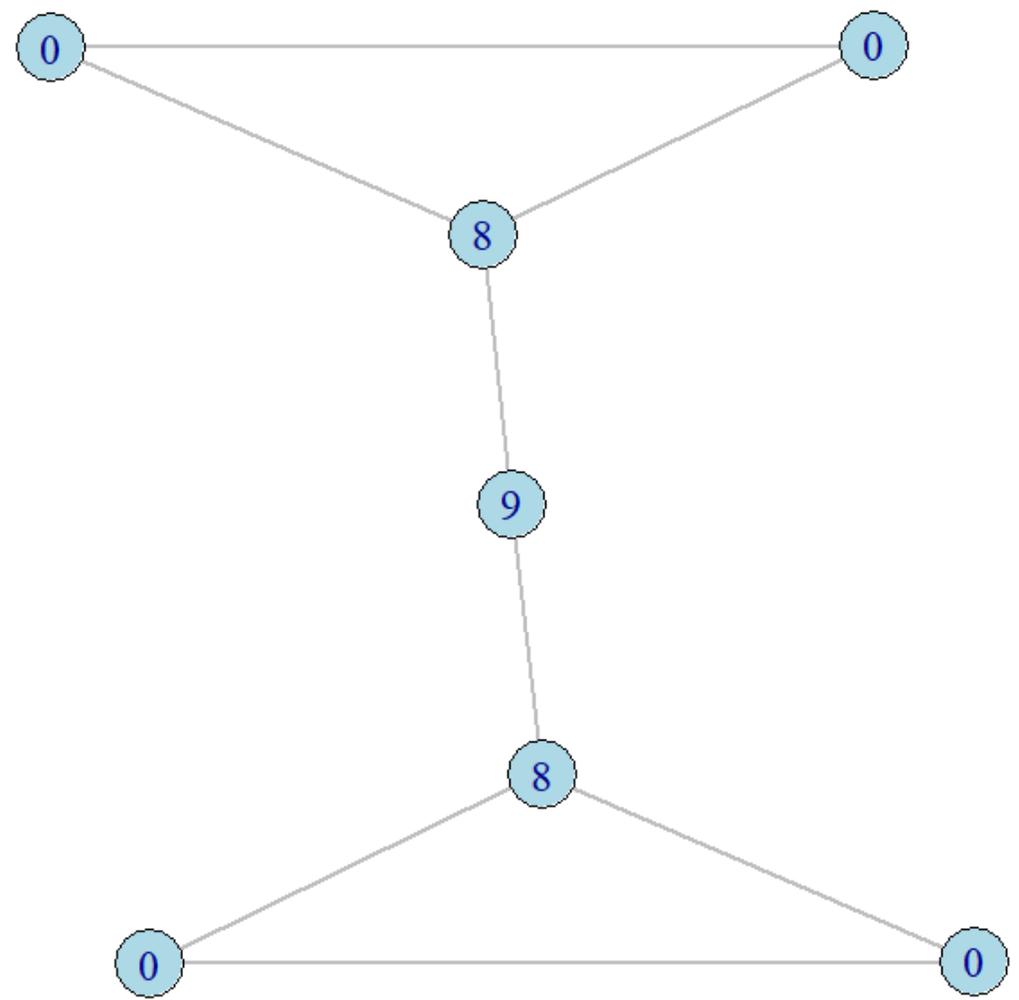
$N$  - количество вершин в сети

Ключевая идея: сколько раз данный узел является посредником между любыми двумя другими вершинами

Сеть



Betweenness Centrality



# Центральность по близости

$$Closeeness_i = \left[ \sum_{j=1}^g d(i, j) \right]^{-1}$$

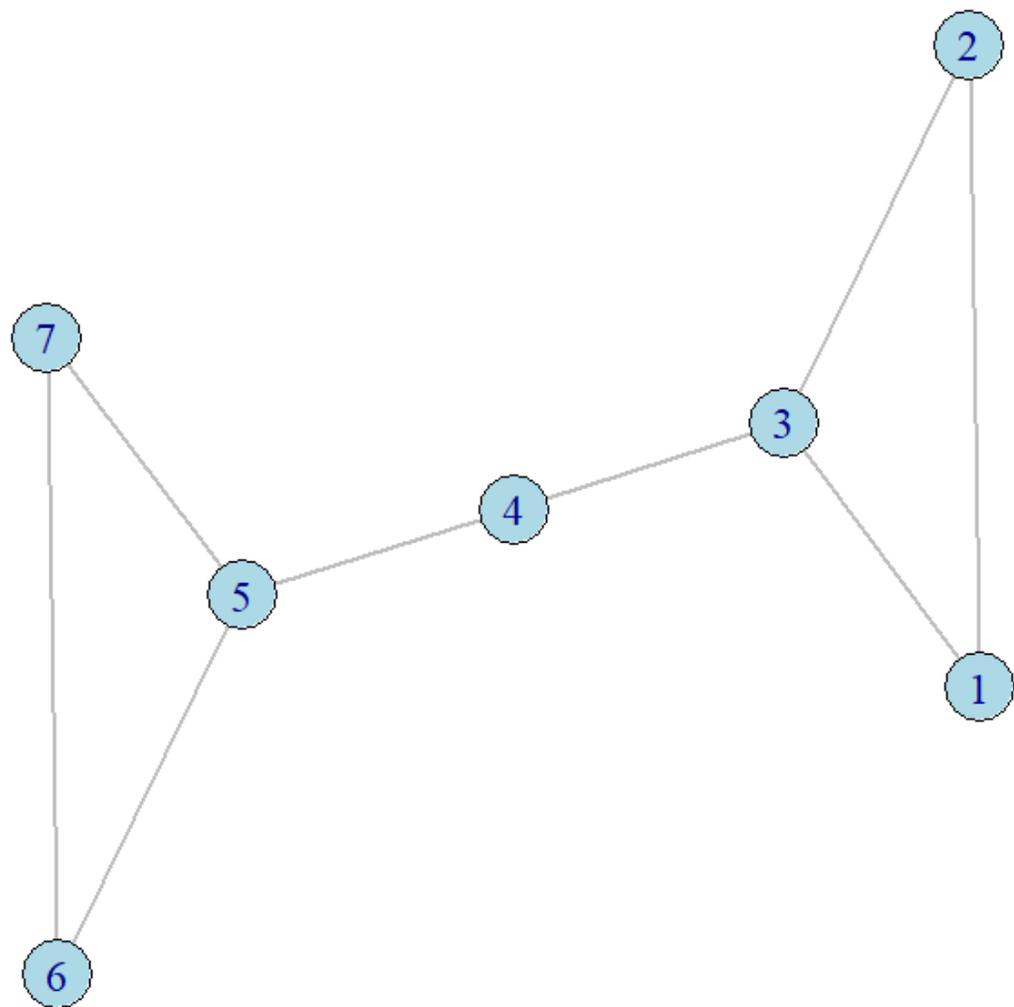
$$Closeeness_i = \left[ \frac{\sum_{j=1}^g d(i, j)}{N-1} \right]^{-1}$$

$d(i, j)$  – расстояние между вершиной  $i$  и вершиной  $j$

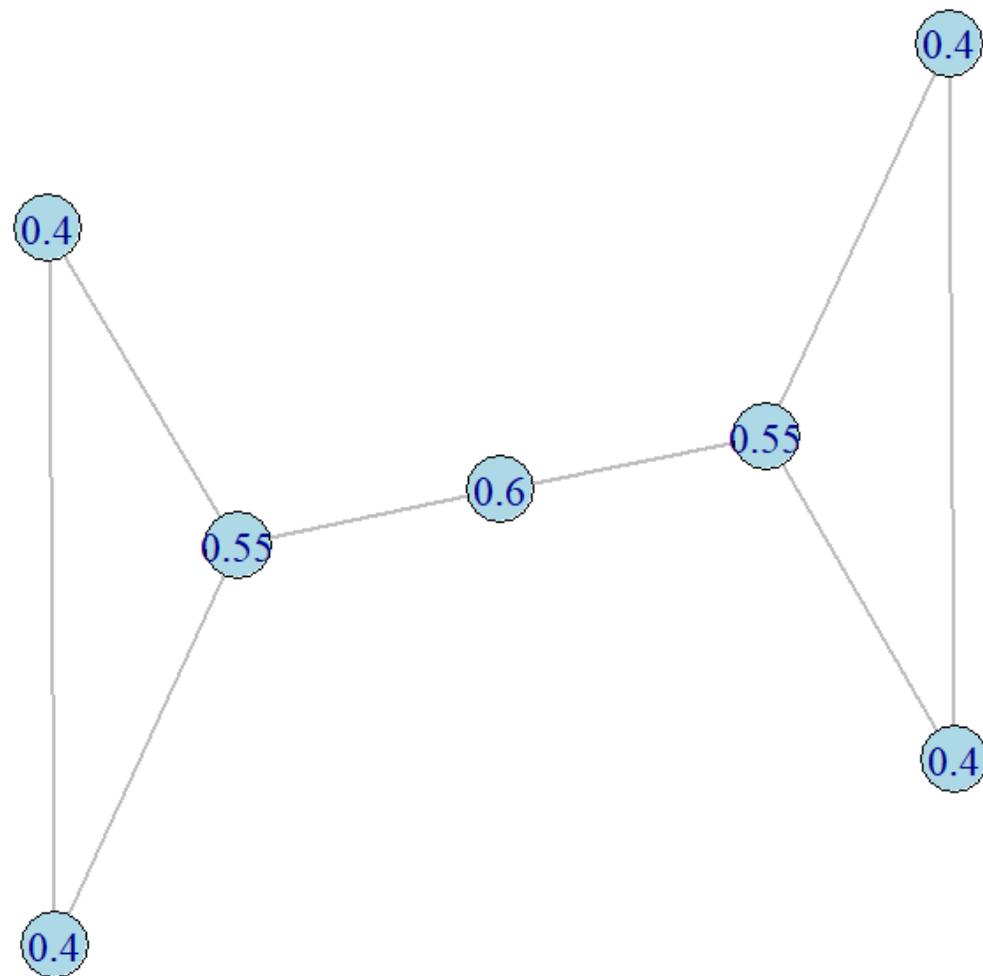
$N$  – количество вершин в сети

Ключевая идея: средняя длина пути между данной вершиной и всеми остальными вершинами

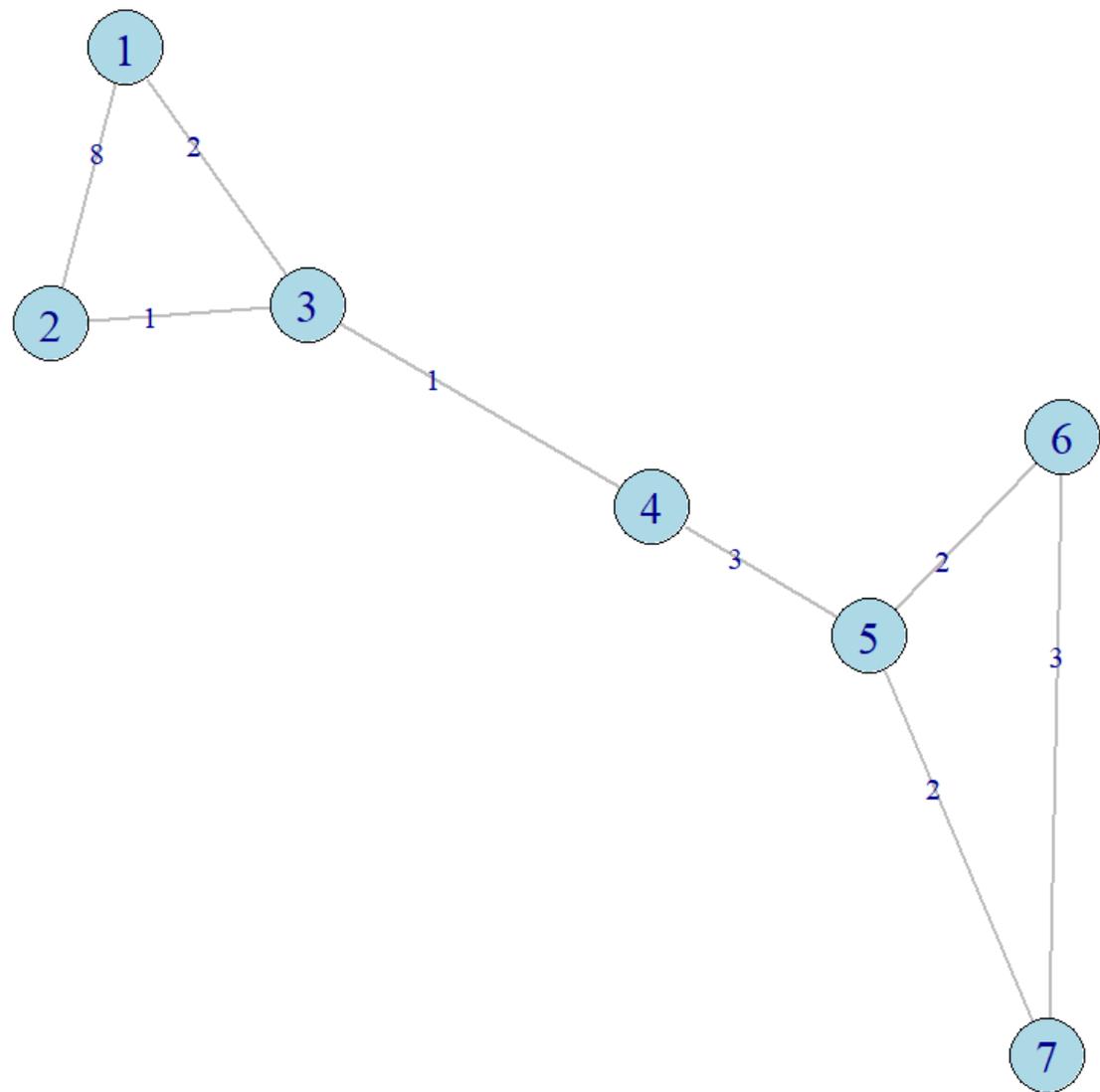
Сеть



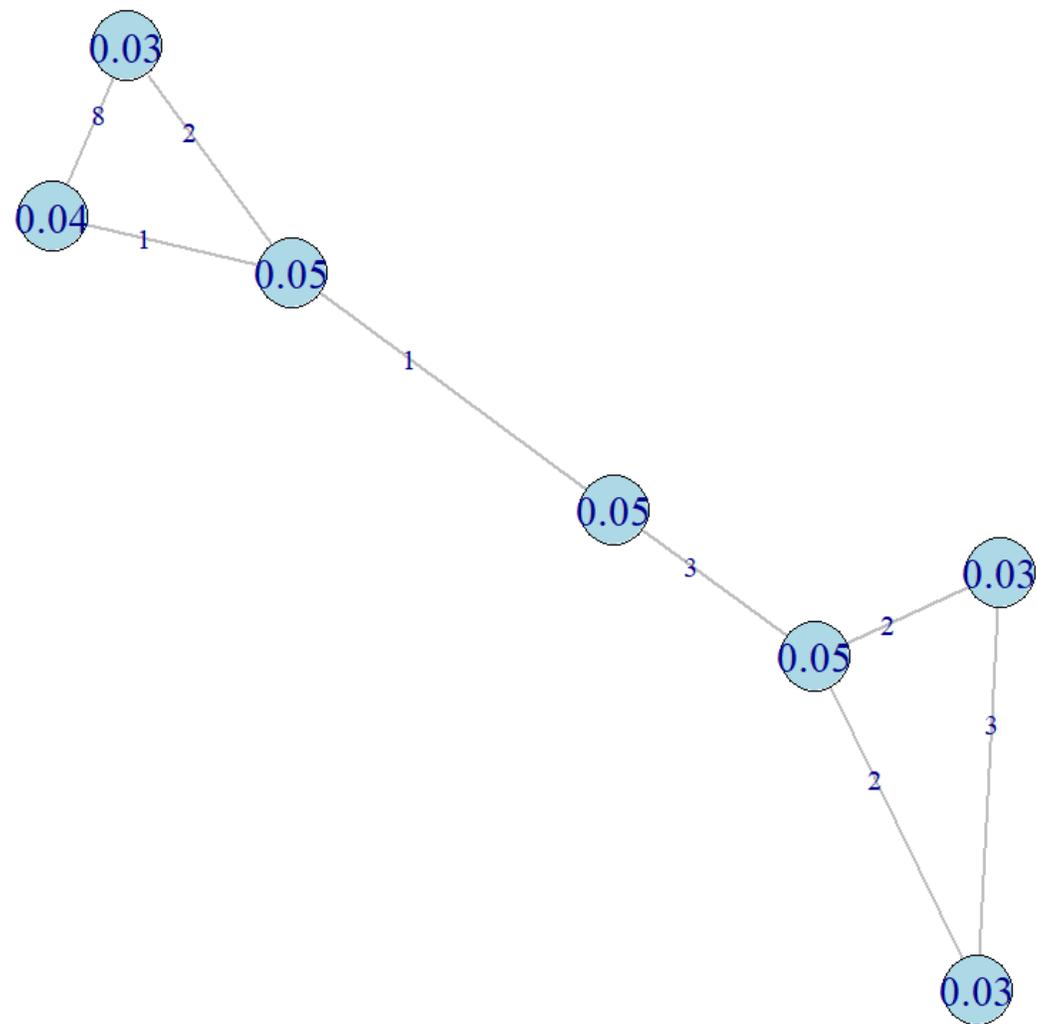
Normalized Closeness Centrality



Взвешенный граф



Weighted Closeness Central



# Центральность по собственному вектору

$$Eigenvector_i = \frac{1}{\lambda} \sum_j b_{ij} E_j$$

$b_{ij}$  – матрица смежности

$\lambda$  – наибольшее собственное значение

$E_j$  – собственное значение вершины  $j$

Ключевая идея: центральность вершины  $i$  зависит от центральностей соседей вершины  $i$

$$Ax = \lambda x$$

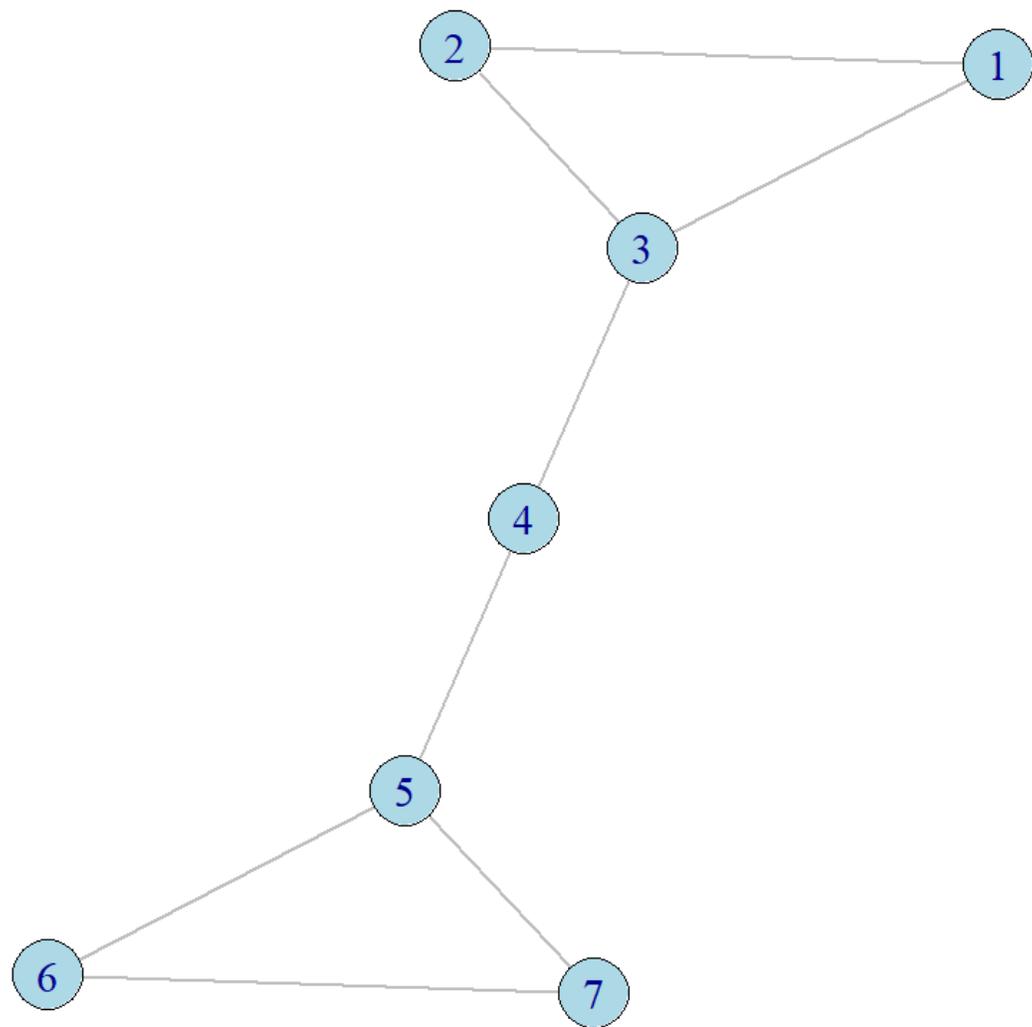
$A$  – матрица смежности

$\lambda$  – наибольшее собственное значение матрицы  $A$

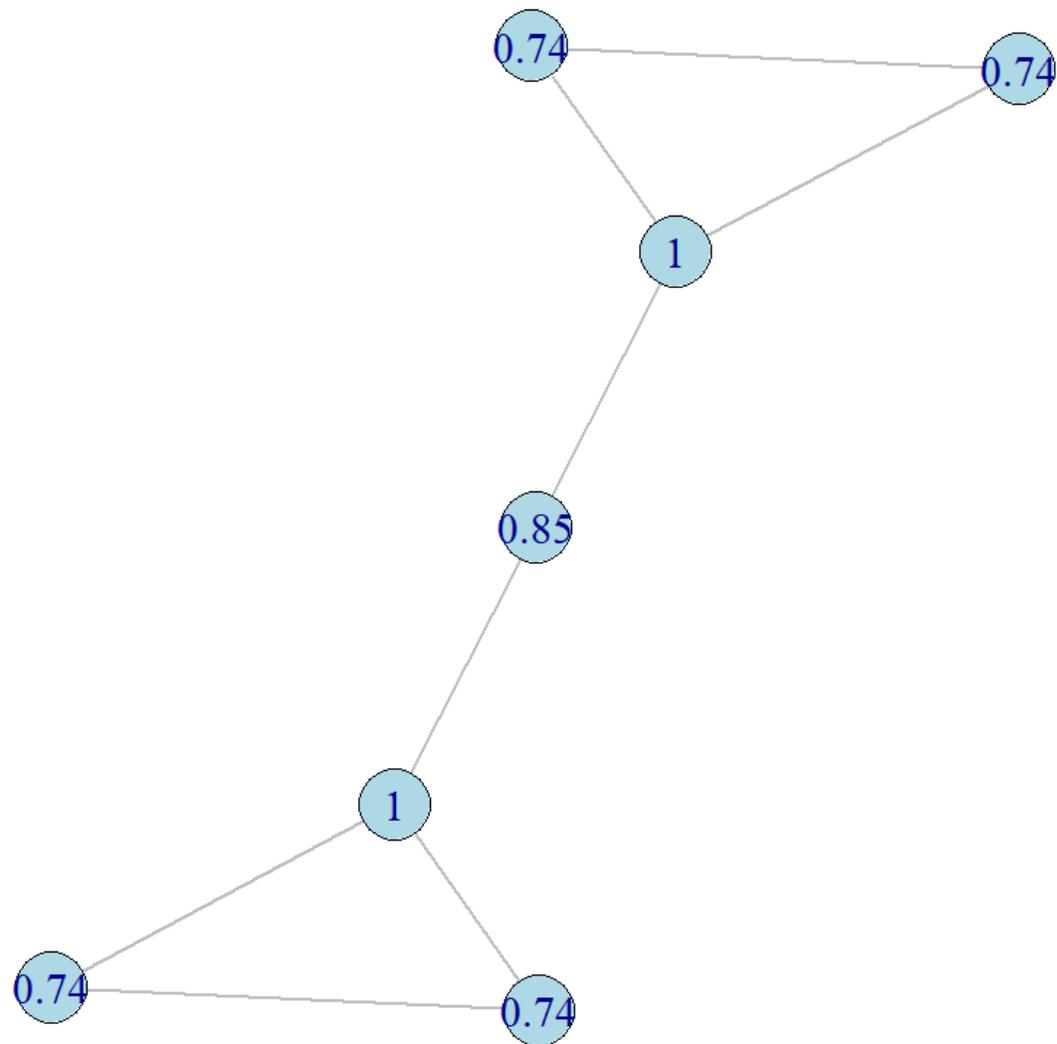
$x$  – вектор центральностей вершин (собственный вектор)

**Теорема Перрона-Фробениуса**

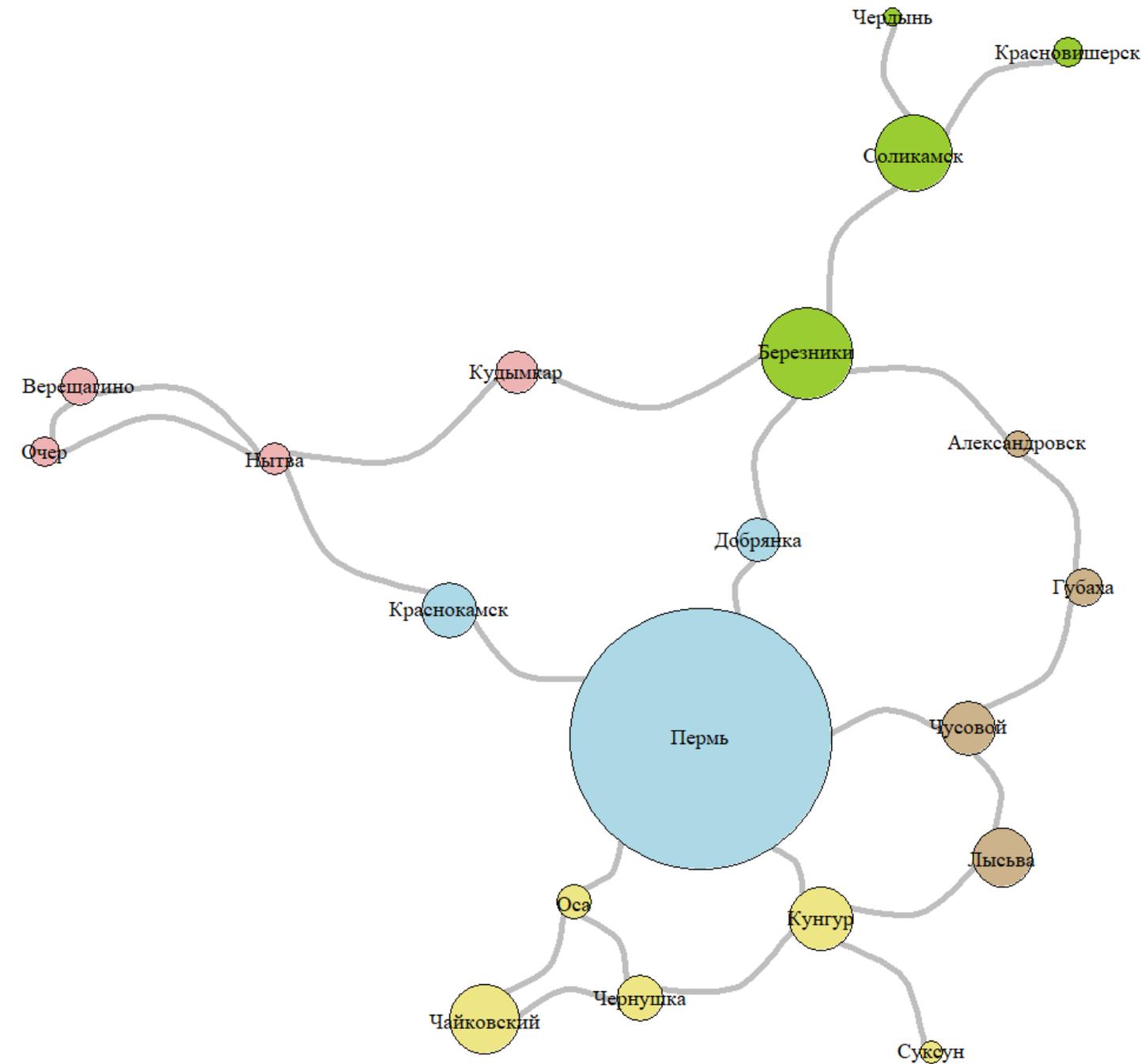
Сеть



Eigenvector Centrality



Практика  
(небольшая)



$$Degree_i = \sum_j x_{ji}$$

$i$  – определенная вершина,  $j$  – все остальные вершины

$x_{ji} = 1$ , если  $i$  и  $j$  связаны друг с другом, 0 в противном случае

$$Closeness_i = \left[ \frac{\sum_{j=1}^g d(i,j)}{N-1} \right]^{-1}$$

$d(i,j)$  – расстояние между вершиной  $i$  и вершиной  $j$

$N$  – количество вершин в сети

$$Betweenness_i = \frac{\sum_{j < k} g_{jk}(i)}{g_{jk}}$$

$g_{jk}(i)$  – число путей, в которых вершина  $j$  связана с вершиной  $k$  через вершину  $i$

$g_{jk}$  – общее число путей, в которых вершина  $j$  связана с вершиной  $k$

## Degree Centrality

Пермь	Добрянка	Березники	Соликамск	Красновишерск
5	2	4	3	1
Александровск	Губаха	Чусовой	Лысьва	Кунгур
2	2	3	2	4
Краснокамск	Очер	Верещагино	Кудымкар	Оса
2	2	2	2	3
Чайковский	Чернушка	Нытва	Суксун	Чердынь
2	3	4	1	1

## Normalized Closeness Centrality

Пермь	Добрянка	Березники	Соликамск	Красновишерск
0.4523810	0.3958333	0.3958333	0.3064516	0.2375000
Александровск	Губаха	Чусовой	Лысьва	Кунгур
0.3166667	0.3166667	0.3518519	0.2923077	0.3584906
Краснокамск	Очер	Верещагино	Кудымкар	Оса
0.3653846	0.2676056	0.2676056	0.3275862	0.3392857
Чайковский	Чернушка	Нытва	Суксун	Чердынь
0.2714286	0.2835821	0.3518519	0.2676056	0.2375000

## Betweenness Centrality

Пермь	Добрянка	Березники	Соликамск	Красновишерск
87.433333	37.300000	66.000000	35.000000	0.000000
Александровск	Губаха	Чусовой	Лысьва	Кунгур
10.866667	9.633333	21.366667	3.533333	32.833333
Краснокамск	Очер	Верещагино	Кудымкар	Оса
30.733333	0.000000	0.000000	20.333333	20.566667
Чайковский	Чернушка	Нытва	Суксун	Чердынь
0.000000	4.333333	41.066667	0.000000	0.000000

## Eigenvector Centrality

Пермь	Добрянка	Березники	Соликамск	Красновишерск
1.00000000	0.45110659	0.34703883	0.14982456	0.05017438
Александровск	Губаха	Чусовой	Лысьва	Кунгур
0.20375130	0.26137816	0.57674390	0.46082329	0.79930973
Краснокамск	Очер	Верещагино	Кудымкар	Оса
0.45027066	0.17347905	0.17347905	0.23160207	0.70864570
Чайковский	Чернушка	Нытва	Суксун	Чердынь
0.45777244	0.65829788	0.34454268	0.26767891	0.05017438